平板玻璃在任意空间曲面幕墙中的最优布置

吴杰[1]　张其林[2]

（1. 同济大学同科学院　200092;　　2. 同济大学建筑工程系　200092）

摘 要　本文基于 AutoCAD 环境，用 ObjectARX 作为开发工具，探讨了平板玻璃在任意空间曲面幕墙中的最优布置问题。通过优化模型的建立，采用数学规划法中的复形法求解，对任意空间曲面用平面拟合。实例证明，本文方法取得了较好的效果。这一技术已成功应用于同济大学钢结构设计软件 3D3S 中。

关键词　幕墙　曲面　玻璃　优化　AutoCAD

1　引言

随着我国经济的迅猛发展，建筑幕墙技术日新月异，新技术、新工艺不断涌现。在设计师的巧妙构思下，玻璃幕墙别具一格的整体造型更是赋予了建筑物特有的内涵，美观大方又富有现代感。各式各样的异形曲面幕墙在现代建筑中的应用已十分广泛，但是由于复杂异形曲面玻璃加工工艺复杂，价格较贵，若能用平板玻璃模拟空间曲面，则可大大简化加工工艺、降低工程造价。

本文提出了一种用平板玻璃模拟任意空间曲面的方法，在满足安装要求的前提下，用最多的平板玻璃模拟空间曲面，该方法基于 AutoCad 环境，用 ObjectARX 作为开发工具，适用于在 AutoCad 下建立的任意模型。文中最后给出了一个实例，从中可看出，本文方法取得了较好的效果。

2　数学模型的建立与求解

因为是空间曲面，有限元模型中连接玻璃的四个角点可能不在同一平面上，若能找到一个平面与四个角点的距离和最小，则该平面可认为是一个最优平面，将顶点再投影到平面上形成的新顶点即为所求的平板玻璃角点。

设所求的平面方程为：

$$Ax + By + Cz + D = 0 \tag{1}$$

则数学模型可表示为：

$$\begin{cases} 求 \quad A, B, C, D \\ 使 \quad \min \quad f(A, B, C, D) = \sum_{i=1}^{4} \left(\dfrac{\left| Ax_i + By_i + Cz_i + D \right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right)^2 \end{cases} \tag{2}$$

式中，x_i、y_i、z_i为第i点的坐标。

从以上数学模型可看出，此问题为无约束的非线性规划问题，因设计变量数为 4 个，可采用数学规划中的复形法求解。

复形法的计算步骤可分为两步：第一步产生一个由可行解构成的初始复形，其顶点数 $k \geq n+2$，本文取 $k = 2n$；第二步通过迭代改进已有的复形，逐渐向最优点靠拢。

初始可行解的产生的方法有两种，一种是工程人员根据经验或力学分析提出这些初试设计，另一种是采用随机方法来产生这些顶点。本文采用后一种方法。

$$(x_j)_i = \underline{x}_i + r_{ij}(\overline{x}_i - \underline{x}_i) \quad i = 1,2,\cdots,n,\ j = 1,2,\cdots,k \tag{3}$$

式中，r_{ij} 为均匀分布在[0，1]之间的伪随机数，n 为设计点数。由于约束条件中只有显示约束，已自动满足，所以上式产生的设计点即为初始可行点。

有了初始复形后就可以进行迭代调整，其步骤为：

（1）从 k 个顶点中按目标值找出最好点 x_l、最坏点 x_h 和次坏点 x_b，即

$$f(x_l)=\min_{1\le j\le k} f(x) \tag{4}$$

$$f(x_h)=\max_{1\le j\le k} f(x) \tag{5}$$

$$f(x_b)=\max_{\substack{1\le j\le k\\ j\ne h}} f(x) \tag{6}$$

（2）计算除去 x_h 后的 k−1 个点的形心 x_c

$$x_c=\frac{1}{k-1}\sum_{\substack{j=1\\ j\ne h}}^{k} x_j \tag{7}$$

（3）将 x_h 沿直线 $x_h\bar{x}_h$ 反射，得到

$$x_\alpha=x_c+\alpha(x_c-x_h) \tag{8}$$

式中，α 为反射系数，初始值取 1.3。检查 x_α 是否满足约束条件，若不满足令 $\alpha\leftarrow\frac{\alpha}{2}$，再代入上式直到满足约束条件为止。

（4）计算 $f(x_\alpha)$，并比较 $f(x_\alpha)$ 与 $f(x_h)$ 的大小。有两种情况：

1） 若 $f(x_\alpha)<f(x_h)$，用新点 x_α 代替最坏点 x_h，形成新的复形，转向（5）。

2） 若 $f(x_\alpha)\ge f(x_h)$，令 $\alpha\leftarrow\frac{\alpha}{2}$，求得新的 x_α，计算其函数值，若 $f(x_\alpha)<f(x_h)$，则转向（5）；否则将 α 减半，直到 $\alpha<\xi$（取 $\xi=10^{-5}$），若 $f(x_\alpha)$ 仍无改善，则用次坏点 x_b 代替最坏点 x_h，转向（2），若 $f(x_\alpha)$ 仍无改善，则返回复形法的第一步重新开始整个迭代。

（5）终止搜索条件：

$$\left\{\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\left[f\left(\bar{x}_s\right)-f\left(x_i\right)\right]^2\right\}^{1/2}\le\varepsilon \tag{9}$$

式中，ε 为预先给定的很小的正数，$\bar{x}_s=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}x_i$，若满足上式，则终止迭代，转向

（6），否则转向（3）。

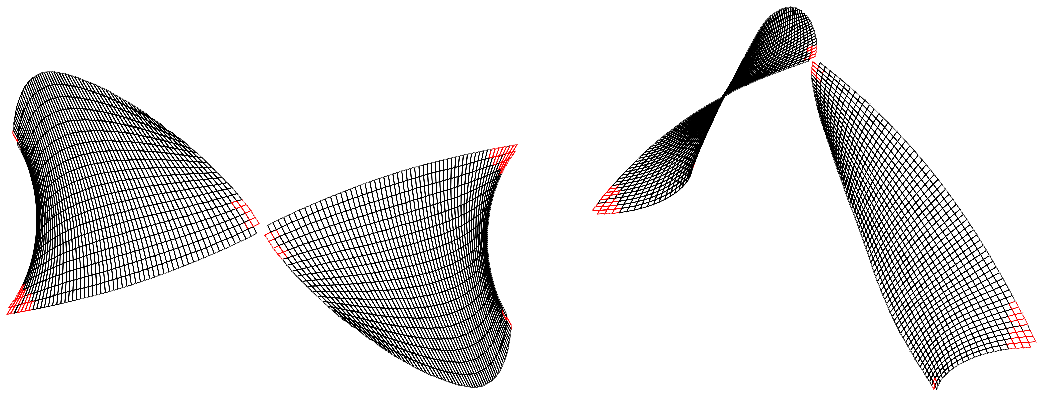
（6）从 k 个顶点中找出最好点 x_l，则 x_l 为最优解。

平面找到后，将原顶点投影到平面上即可得到平板玻璃的四个顶点，每个顶点的投影方向可取该顶点所连玻璃的平均法向。对所有的面按上述方法循环一次，即可得到最终的平板玻璃顶点坐标。最后，可统计同一个顶点所连玻璃间的距离是否在允许范围内。

如果要求玻璃与幕墙曲面的距离一定，则可将整个曲面沿法线方向移动该距离后再采用前述方法进行优化即可。

3 实例

图 1 为通过 AutoCad 建模的某幕墙帆体模型的表面，经统计总共 2300 块玻璃。控制参数见图 2。



（a）俯视图　　　　　　　　　　　　（b）轴测图

图 1　帆体模型

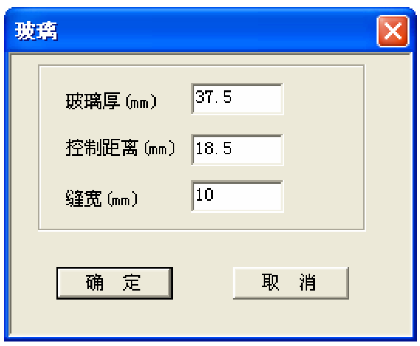


图 2　控制参数

若手工布置玻璃，需要 30%的曲面玻璃，如果采用本文的方法，只有 2.2%(共 50 块，分布在帆体曲率较大的角点处)不满足控制距离的要求，需用曲面玻璃。这样，经过本文的优化布置可大大降低曲面玻璃的用量，从而节省造价。

4 结束语

1．本文采用优化方法对任意空间曲面幕墙用平板玻璃模拟，最大可能地减少曲面玻璃的用量，实例表明，本文的方法取得了较好的效果。

2．本文的方法基于 AutoCad 环境，操作方便，可对任意的空间模型自动找到每个封闭区域（即玻璃）的顶点，无需人工定义。

3．本文介绍的方法已成功地应用到同济大学钢结构设计软件 3D3S 中，取得了较好的效果。

参考文献

［1］ 朱伯芳，黎展眉等，结构优化设计原理与应用. 北京：水利电力出版社，1984

［2］ 钱令希，工程结构优化设计. 北京：水利电力出版社，1983